

Agnieszka GŁOWACKA, Koło Naukowe Biomechaniki przy Katedrze Mechaniki Stosowanej, Politechnika Śląska, Gliwice

## MODEL MATEMATYCZNY DO ANALIZY CHODU DZIECKA NIEPEŁNOSPRAWNEGO\*)

Streszczenie. W artykule przedstawiono model fizyczny i matematyczny chodu dziecka. Model ten sformułowano na podstawie modelu chodu osób dorosłych, który został opracowany w Katedrze Mechaniki Stosowanej. W pracy tej opisano również metodę rozwiązywania układu równań charakteryzujących ruch ciała dziecka.

### 1. WSTĘP

Chód jest podstawową formą lokomocji, a występowanie różnorodnych patologii układu ruchu człowieka może prowadzić do zmniejszenia poczucia akceptacji społecznej, jak również osobistego bezpieczeństwa. Prawidłowy rozwój chodu możliwy jest dzięki zintegrowanemu działaniu dwóch układów mięśniowo – szkieletowego i nerwowego oraz dzięki stałej kontroli pochodzącej z układu nerwowego [7]. We współczesnym świecie ogromna liczba osób dorosłych cierpi z powodu chorób układu mięśniowo – szkieletowego i nerwowego. Ogromny problem stanowią również neuropatologie występujące u dzieci, między innymi mózgowo porażenie dziecięce. Pojawiające się różne stany patologiczne a także dysfunkcje narządów ruchu negatywnie wpływają na wydajność i jakość chodu człowieka [3].

Na całym świecie prowadzone są liczne badania naukowe dotyczące analizy chodu osób z dysfunkcjami narządów ruchu. Badania doświadczalne mogą pomóc lekarzom wyjaśnić przyczyny powstawania chorób związanych z układem ruchu, a także w opracowaniu nowych metod leczenia oraz w monitorowaniu postępów rehabilitacji [4].

Poza przeprowadzaniem badań doświadczalnych narządów ruchu człowieka, naukowcy coraz częściej tworzą modele fizyczne i matematyczne całego ciała człowieka lub wybranych jego części. Badania modelowe pozwalają w nieinwazyjny sposób analizować skomplikowane zjawiska zachodzące w organizmie człowieka. Dzięki modelom matematycznym można przeprowadzić symulację komputerową, która pozwoli zidentyfikować siły wytwarzane przez mięśnie. Na podstawie wyników otrzymanych z badań doświadczalnych oraz modelowych można uzyskać kompleksowy obraz zjawisk zachodzących w układzie mięśniowo – szkieletowym oraz nerwowym [1,2].

---

\*) Pracę wykonano pod kierunkiem opiekuna naukowego prof. dr hab. inż. Dągmary Tejszerskiej.

## 2. CEL I ZAKRES PRACY

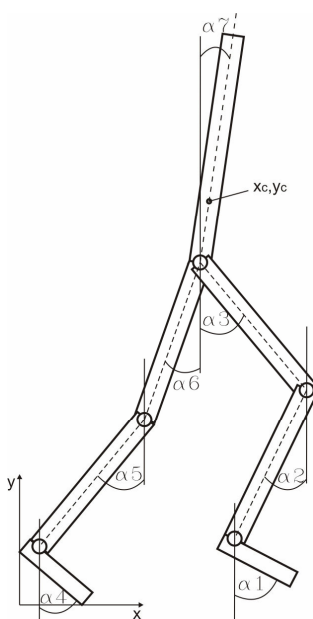
Celem pracy jest sformułowanie płaskiego dynamicznego modelu ruchu ciała dziecka podczas chodu. Model ten ma umożliwić analizę patologii dotyczącej narządu ruchu u niepełnosprawnych dzieci, a zwłaszcza u dzieci z mózgowym porażeniem dziecięcym. W artykule opracowano model fizyczny ruchu ciała dziecka, a na podstawie tego modelu sformułowano model matematyczny. Praca obejmuje również wyznaczenie wypadkowych momentów sił mięśniowych w stawach, a także identyfikację sił mięśniowych.

## 3. MODEL FIZYCZNY CHODU DZIECKA

Założenia do rozważanego modelu ruchu ciała dziecka w czasie chodu przyjęto następujące [2]:

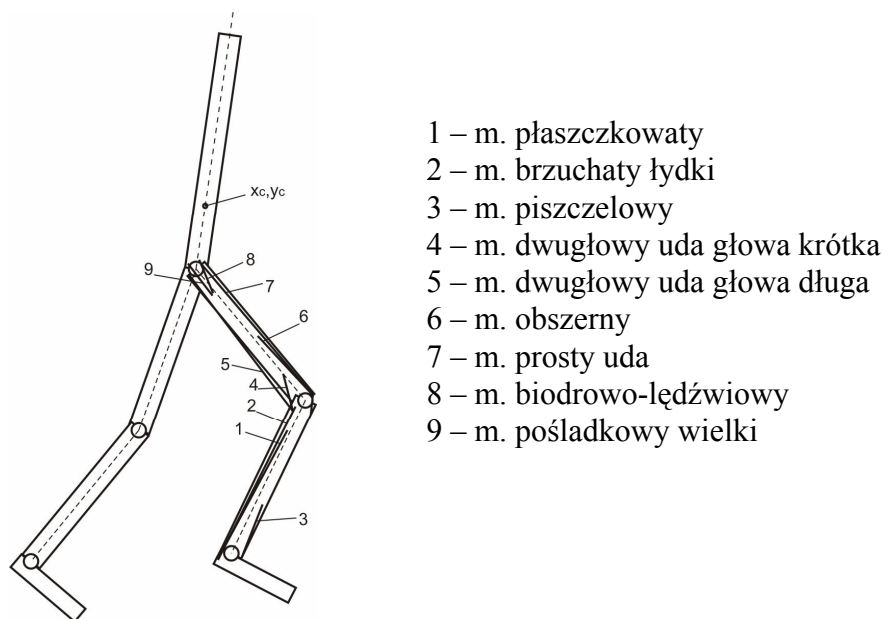
- model ruchu ciała dziecka jest układem składającym się z siedmiu członów sztywnych:
  - tułów, – kończyny dolne, zawierające udo, podudzie i stopę,
- elementy układu połączone są ze sobą przegubowo w stawach,
- ruch rozważanego układu jest ruchem płaskim w płaszczyźnie strzałkowej,
- w modelu uwzględnione zostały siły ciężkości, siły bezwładności i momenty bezwładności, reakcje podłoża, reakcje w stawach oraz siły mięśniowe.

Na rys. 1 przedstawiono model fizyczny ciała dziecka oraz zaznaczono kąty określające położenie poszczególnych elementów układu.



Rys. 1. Model fizyczny ciała dziecka wraz z układem odniesienia [2]

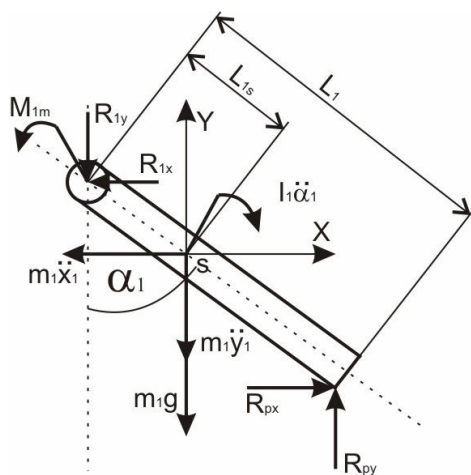
Przyjęty model zawiera najważniejsze mięśnie kończyny dolnej, które są najbardziej aktywne w trakcie chodu w płaszczyźnie strzałkowej [2,3]. Rys. 2 obrazuje nam model fizyczny ciała dziecka wraz z zaznaczonymi mięśniami.



Rys. 2. Model fizyczny ciała dziecka wraz z zaznaczonymi mięśniami [2]

#### 4. MODEL MATEMATYCZNY PRZYJĘTEGO UKŁADU

Na podstawie opracowanego modelu fizycznego zapisano równania równowagi dynamicznej dla każdego elementu układu. Na poniższym rysunku (rys. 3) przedstawiono przykładowo rozkład sił działających na stopę i zapisano równania równowagi dynamicznej dla tego elementu.



Rys. 3. Rozkład sił działających na stopę

Równania równowagi dynamicznej dla powyższego elementu przyjmują następującą postać:

$$\begin{aligned}\sum F_{ix} &= 0 \\ R_{px} - R_{1x} - m_1 \ddot{x}_1 &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\sum F_{iy} &= 0 \\ R_{py} - R_{1y} - m_1 \ddot{y}_1 - m_1 g &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\sum M_{is} &= 0 \\ M_{1m} - I_1 \ddot{\alpha}_1 + \{R_{px}(l_1 - l_{1s}) + R_{1x} l_{1s}\} \cos \alpha_1 + \{R_{py}(l_1 - l_{1s}) + R_{1y} l_{1s}\} \sin \alpha_1 &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

gdzie:

$R_{px}$ ,  $R_{py}$  – składowe siły reakcji podłoża,

$R_{1x}$ ,  $R_{1y}$  – składowe siły reakcji w stawach,

$M_{1m}$  – wypadkowy moment sił mięśniowych w stawie skokowym,

$m_1 \ddot{x}_1$ ,  $m_1 \ddot{y}_1$  – siły bezwładności,

$m_1 g$  – siła ciężkości,

$\alpha_1$  – kąt określający położenie elementu

Układ równań można zapisać w postaci macierzowej [3]:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{T} \quad (4)$$

gdzie:

$\mathbf{M}$  – macierz bezwładności,

$\mathbf{q}$  – macierz współrzędnych uogólnionych,

$\mathbf{F}$  – macierz sił zewnętrznych i wewnętrznych,

$\mathbf{B}$  – macierz sterowań,

$\mathbf{T}$  – macierz momentów sił mięśniowych.

## 5. ROZWIĄZANIE ZAPISANEGO UKŁADU RÓWNAŃ

Odwrotne zadanie dynamiki umożliwia rozwiązanie zapisanego układu równań, w którym nieznanymi wielkościami są reakcje w stawach i wypadkowe momenty sił mięśniowych w stawach. Wypadkowe momenty sił mięśniowych wyznaczone są przy odpowiednich danych wejściowych, a mianowicie [3]:

- pomiarach antropometrycznych (masa i długość danego elementu, położenie środka masy elementu, masowy moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy rozważanego elementu)
- parametrach kinematycznych,
- reakcjach podłoża.

## 6. BADANIA DOŚWIADCZALNE WIELKOŚCI KINEMATYCZNYCH I REAKCJI PODŁOŻA PODCZAS CHODU

Dalsza analiza modelu wymaga przeprowadzenia badań doświadczalnych, dzięki którym uzyskamy potrzebne parametry kinematyczne oraz reakcje podłoża. Parametry te zostaną uzyskane z pomiarów wykonanych przy pomocy systemu do analizy ruchu BTS Smart, w skład którego wchodzi platforma dynamometryczna, dzięki której otrzymujemy reakcje podłoża. Na rys. 4 przedstawiono nowoczesny system do trójwymiarowej analizy ruchu BTS Smart.



Rys. 4. Rozmieszczenie komponentów Sytemu BTS Smart (1 – kamery na podczterwień, 2 – stanowisko robocze, 3 – przenośny zestaw do EMG, 4 – markery, 5 – platforma dynamometryczna, 6 – kamery video) [8]

## 7. INDENTYFIKACJA SIŁ GENEROWANYCH PRZEZ MIĘŚNIE

Siły mięśniowe generowane przez mięśnie wyznaczane są przy pomocy metod optymalizacji. Przyjmuje się, że układ nerwowy steruje pracą mięśni zgodnie z pewnym kryterium fizjologicznym. Hipotetycznie zakłada się, że minimalizowany jest wysiłek mięśniowy, np.[5,6]:

- minimalizacja sumy sił mięśniowych,
- minimalizacja sumy sił reakcji w stawach,
- minimalizacja wykonanej pracy mechanicznej itp.

## 8. PODSUMOWANIE

- Badania modelowe należą do nieinwazyjnych metod analizy ruchu, dzięki którym otrzymywane są informacje dotyczące sił generowanych przez mięśnie.
- Analizowanie wyników otrzymanych z badań doświadczalnych oraz modelowych pozwala uzyskać kompleksowy obraz zjawisk zachodzących w układzie mięśniowo-szkieletowym.
- Badania modelowe i doświadczalne mogą pomóc w opracowaniu nowych metod leczenia oraz w monitorowaniu postępów rehabilitacji niepełnosprawnych dzieci.

- Znajomość nieprawidłowego wzorca chodu jest szczególnie ważna w przypadku mózgowego porażenia dziecięcego, a dokładna analiza chodu umożliwia klinicystom rozpoznać i opisać dysfunkcje i ograniczenia funkcjonalne.
- Wielkości wyznaczone podczas badań modelowych mogą być przydatne przy projektowaniu protez mechanicznych.

## LITERATURA

- [1] Michnik R., Tejszerska D.: Model matematyczny ruchu kończyn dolnych człowieka uwzględniający ruch tkanek miękkich, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej nr 17, Gliwice 2001.
- [2] Michnik R.: Optymalizacja dynamiczna w identyfikacji sił mięśniowych podczas chodu. Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej nr 19, Gliwice 2002, s. 105-110.
- [3] Michnik R., Jurkojć J.: Analiza parametrów kinematycznych i dynamicznych podczas chodu normalnego i patologicznego, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej nr 22, Gliwice 2003.
- [4] Michnik R., Jurkojć J., Jureczko P., Guzik A., Tejszerska D: Analysis of gait kinematics of patient after total hip or knee replacement, Journal of Vibroengineering, Vol. 8, No. 3, Vilnius 2006, pp. 15-18.
- [5] Maroński R.: Metody rachunku wariacyjnego w biomechanice, Prace Naukowe Mechanika z. 179, Warszawa 1999.
- [6] Praca zbiorowa pod red. Nałęcz M.: Biocybernetyka i inżynieria biomedyczna 2000, T.5: Biomechanika i inżynieria rehabilitacyjna, AKADEMICKA OFICYNA WYDAWNICZA EXIT, Warszawa 2004.
- [7] Syczewska M.: Chód w obrazie analizy laboratoryjnej, Ortopedia Traumatologia Rehabilitacja, vol. 3, nr 4, 2001, s. 484-486.
- [8] <http://www.bts.it/eng/proser/anamov.htm> (z dnia 24.04.2007)

## MATHEMATICAL MODEL FOR AN ANALYSIS OF DISABLED CHILD'S GAIT

Summary. The paper includes physical and mathematical model of child gait. This model was formulated on the basis of adult people gait model, which was worked out in the Department of Applied Mechanics. In this article was described method of equations system solving, which characterize motion child body.